**Задача аппроксимации функции**

**Описание**

Рассмотрим пример аппроксимации функции 2 переменных с использованием нейронной сети.

Ограничим диапазон изменения переменных X и Y интервалом (-1; 1).

Для решения задачи выберем топологию нейронной сети с 2 скрытыми слоями по 4 нейрона в каждом слое, с 2 входными и 1 выходным нейроном.

Необходимо обучить нейронную сеть для наиболее точной аппроксимации функции.

**Решение**

Нейросеть состоит из 3 слоёв с разными функциями активации:

* 0 слой = 2 входа
* 1 слой = 4 нейрона, функция активации гиперболический тангенс Tanh,
* 2 слой = 4 нейрон, функция активации гиперболический тангенс Tanh,
* 3 слой = 1 нейрон, функция активации линейная Linear,

Функции активации:

* Гиперболический тангенс:
* Линейная функция:

Для обучения нейросети используем выборку из 20 примеров, для тестирования – 10 примеров.

Для обучения нейросети использовались следующие параметры:

* Метод инициализации – Нгуен-Видроу (InitG)
* Вид целевой функции – Разность квадратов (MSE)
* Метод обучения – Метод обратного распространения ошибки
* Использование регуляризации (уровень = 0.0008)
* Использование инерции (уровень = 0.08)
* Количество эпох обучения = 100000
* Минимальная ошибка обучения = 0.006

В ходе обучения была получена следующая матрица весов:

На выходе нейросети получаем значения от 0.00 до 8.13. На последней итерации обучения была достигнута следующая энергия:

* Суммовая = 0.0135002
* Средняя = 0.00580951
* Максимальная = 0.063359
* Регуляризация = 12.6766

После обучения на тренировочном множестве получаем следующую картину:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вход | | Выход | | |  |
| x | y | output | outrun | outpostrun | energy |
| -1.000000 | -1.000000 | 8.000000 | 7.910397 | 7.910397 | 0.004014 |
| -0.800000 | -1.000000 | 8.130000 | 8.145262 | 8.145262 | 0.000123 |
| -1.000000 | -0.800000 | 6.480000 | 6.488936 | 6.488936 | 0.000040 |
| -0.600000 | -0.500000 | 4.910000 | 4.902755 | 4.902755 | 0.000023 |
| -0.700000 | -0.600000 | 5.380000 | 5.449558 | 5.449558 | 0.002412 |
| -0.400000 | -0.500000 | 5.206000 | 5.183587 | 5.183587 | 0.000242 |
| -0.500000 | -0.300000 | 3.943000 | 3.966059 | 3.966059 | 0.000278 |
| -0.300000 | -0.200000 | 3.708000 | 3.674079 | 3.674079 | 0.000579 |
| -0.200000 | -0.100000 | 3.342000 | 3.342133 | 3.342133 | 0.000000 |
| -0.100000 | 0.000000 | 2.980000 | 3.011745 | 3.011745 | 0.000501 |
| 0.000000 | 0.000000 | 3.000000 | 2.967962 | 2.967962 | 0.000513 |
| 0.100000 | 0.000000 | 2.980000 | 2.915513 | 2.915513 | 0.002086 |
| 0.100000 | 0.200000 | 2.260000 | 2.297723 | 2.297723 | 0.000708 |
| 0.200000 | 0.300000 | 1.902000 | 1.912376 | 1.912376 | 0.000058 |
| 0.400000 | 0.500000 | 1.206000 | 1.164998 | 1.164998 | 0.000824 |
| 0.600000 | 0.300000 | 1.390000 | 1.434667 | 1.434667 | 0.001016 |
| 0.600000 | 0.600000 | 0.730000 | 0.734722 | 0.734722 | 0.000013 |
| 0.700000 | 0.800000 | 0.340000 | 0.347886 | 0.347886 | 0.000030 |
| 0.900000 | 1.000000 | 0.036000 | 0.030262 | 0.030262 | 0.000017 |
| 1.000000 | 1.000000 | 0.000000 | -0.008128 | -0.008128 | 0.000033 |

На тестовом множестве видим следующее:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вход | | Выход | | |  |
| x | y | output | outrun | outpostrun | energy |
| 0.500000 | 0.500000 | 1.063000 | 1.039090 | 1.039090 | 0.000274 |
| 0.010000 | 0.010000 | 2.960000 | 2.930520 | 2.930520 | 0.000435 |
| 0.100000 | 0.950000 | 0.985000 | 0.880754 | 0.880754 | 0.005444 |
| 0.300000 | 0.300000 | 1.808000 | 1.781318 | 1.781318 | 0.000359 |
| -0.900000 | -1.000000 | 8.036000 | 8.034307 | 8.034307 | 0.000002 |
| -0.200000 | 0.900000 | 0.942000 | 1.467906 | 1.467906 | 0.138499 |
| 0.100000 | -0.400000 | 4.900000 | 5.063910 | 5.063910 | 0.013417 |
| -0.900000 | -0.300000 | 3.416000 | 3.735258 | 3.735258 | 0.050931 |
| 0.000000 | 0.200000 | 2.280000 | 2.402621 | 2.402621 | 0.007518 |
| -0.340000 | 0.000000 | 2.782000 | 3.081235 | 3.081235 | 0.044722 |

Во время обучения достигается минимум средней ошибки в пределах 0.006. Средняя энергия складывается из энергии каждого примера (см. колонку таблицы «energy») и вычисляется по формуле:

Максимальная энергия при этом равна 0.063359. На тестовом множестве средняя ошибка составила 0.051136, а максимальная = 0.371872. Уменьшить ошибку на обучающем/тестовом множестве можно, увеличив обучающую выборку.